電磁理論III(B)　試験問題　2006年8月1日　13:00～14:30

教科書、ノート等の持ち込みは不可です。　問題用紙は持ち帰って下さい。

1．大きさI、長さ $d\ell$ の微小直線電流の周囲に生ずる磁界 $\mathbf{dH}$ は、$\mathbf{dH} = \dfrac{Idl}{4\pi r^2}\mathbf{i}_\ell \times \mathbf{i}_r$ によって与えられる（ビオ・サバールの法則）。ただし、$\mathbf{i}_\ell$ は電流の方向を向く単位ベクトル、r および $\mathbf{i}_r$ は、電流が流れている点から磁界を観測する点までの距離およびその方向を向く単位ベクトルである。この式を参考にして、次の問いに答えよ。

（1）直角座標系の原点に、大きさ I、長さ Δ の微小直線電流が流れている。ただし、電流の方向は、xy 平面内で x 軸から y 軸の方向に角度 θ 傾いた方向であるとする。このとき、微小電流周囲の点 $P(x,y,z)$ に生ずる磁界を Δ、I、θ、x、y、z、$\mathbf{i}_x$、$\mathbf{i}_y$ および $\mathbf{i}_z$ を用いて表せ。ただし、$\mathbf{i}_x$、$\mathbf{i}_y$ および $\mathbf{i}_z$ は、それぞれ、x、y および z 方向の単位ベクトルである。

（2）半径 a の1回巻き円形コイルの中心軸上で、コイル面から距離 h 離れた点に生ずる磁界の大きさを求めよ。ただし、コイルを流れる電流の大きさを I とする。

2．軸方向に一様に磁化された無限に長い磁性体円柱が真空中に置かれている。ただし、磁性体中の磁化ベクトルの大きさを M とし、円柱の半径を a とする。この磁性体円柱の内部および外部に生ずる磁界の大きさと方向を求めよ。(参考：軸方向単位長さあたりの巻数が n のソレノイドに大きさ I の電流を流すと、ソレノイド内部には、ソレノイドの軸方向を向く大きさが nI の磁界が生じる。一方、ソレノイド外部には磁界は生じない。)

3．電荷 Q が半径 a の無限に薄い球殻上に一様な密度で分布している。電荷の周囲は真空である。このとき、

（1）球殻内外に生ずる電界を求めよ。

（2）この系に蓄えられる電気的エネルギーを求めよ。

（3）球殻表面に面と垂直方向に加わる単位面積あたりの力の大きさを求めよ。また、力の方向は、外向きまたは内向きのどちらか。

(参考：原点からの距離 r のみの場所の関数 f(r)を、$a < r < b$ の領域内で体積積分する場合、

$\int_V f(r)dV = 4\pi\int_a^b f(r)r^2\,dr$ が成り立つ。)

4．誘電率が ε、透磁率が μ の媒質中を伝わる、角周波数 ω の平面電磁波について次の問いに答えよ。ただし、電界ベクトルのフェーザー表示が $\dot{\mathbf{E}}(x,y,z)=\mathbf{i}_z E_0 \exp\left[-jk\left(x\cos\theta + y\sin\theta\right)\right]$ で与えられるとする。なお、$\mathbf{i}_z$ は、z 方向の単位ベクトル、E_0 は電界の振幅を表す複素定数、j は虚数単位、k は波数 $\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ である。

（1）この平面電磁波が進行する方向の単位ベクトル $\mathbf{n}$ を、x、y および z 方向の単位ベクトル、$\mathbf{i}_x$、$\mathbf{i}_y$ および $\mathbf{i}_z$、ならびに角度 θ を用いて表せ。

（2）この電磁波の位相速度と波長を示せ。

（3）この電界に付随して存在する磁界 $\dot{\mathbf{H}}$ を求めよ。

（4）この電磁波が進行方向に運ぶ単位面積あたりの電力の時間平均値を求めよ。